

# การคำนวณการถ่ายเทความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ 2 มิติ โดยบางชิ้นมีขนาดใหญ่กว่าปกติ กรณี: แท่งสี่เหลี่ยมมีรูกลวงกลมตลอดกึ่งกลางหน้าตัด

## Heat Transfer Calculating by 2 D Finite Resistance Method with Some Large Elements

### Case: a square rod with a circular hollow through the center of cross section

ประเสริฐ อินประเสริฐ

อาจารย์ประจำ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม

235 ถนนเพชรเกษม เขตภาษีเจริญ กรุงเทพฯ 10163 Prasert\_Inp@yahoo.com

#### บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์ใหม่สำหรับการคำนวณการถ่ายเทความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ 2 มิติ สำหรับ 4 ชิ้นย่อยที่อยู่ติดกันรวมเป็น 1 ชิ้นใหญ่ในบางบริเวณ ซึ่งจะทำให้ใช้จำนวนชิ้นลดลงอย่างมากเมื่อเปรียบเทียบกับ การแบ่งเป็นชิ้นที่มีขนาดเล็กเท่ากันหมด อย่างไรก็ตามแต่ละชิ้นยังคงประกอบขึ้นด้วยตัวด้านทานการนำความร้อน 4 ตัวเช่นเดิม แล้วใช้โปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวิร์คเบนด์คำนวณแบบจำลองความต้านทานนี้เปรียบเทียบกับทฤษฎีเซฟเตอร์ของการนำความร้อน 2 มิติ ที่ใช้ค่าเซฟแฟคเตอร์ในการคำนวณเพื่อหาความผิดพลาดของอัตรา การถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้น ในการคำนวณกำหนดให้แท่ง แก้วสี่เหลี่ยมมีขนาดหน้าตัด  $30 \times 30 \text{ mm}^2$  ยาว 1 m มีรู กลวงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 mm ตลอดกึ่งกลางหน้าตัด ผนังรูมีอุณหภูมิ  $70^\circ\text{C}$  ผิวด้านนอกแท่งแก้วมีอุณหภูมิ  $20^\circ\text{C}$  และค่าสภาพการนำความร้อนของแก้ว  $0.7 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$  กรณีแบ่งเนื้อวัสดุเป็นชิ้นเล็กขนาดเท่ากันตลอดจำนวน 217 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด  $-2.85\%$  แต่เมื่อทำ การรวมชิ้นขนาดเล็ก 4 ชิ้นเป็น 1 ชิ้นใหญ่ ในบางบริเวณ ทำให้จำนวนชิ้นเหลือเพียง 127 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด  $-3.30\%$  จากค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดที่ไม่แตกต่างกันมากนักแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทาน ทางความร้อนนี้สามารถใช้ชิ้นเล็กและชิ้นใหญ่วิเคราะห์รวม กันได้ ซึ่งสามารถใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์ รีซิสแทนซ์ 2 มิติ ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำยิ่งขึ้น

คำสำคัญ: ไฟไนต์รีซิสแทนซ์, ทฤษฎีเซฟเตอร์, ชิ้นเล็กและชิ้นใหญ่

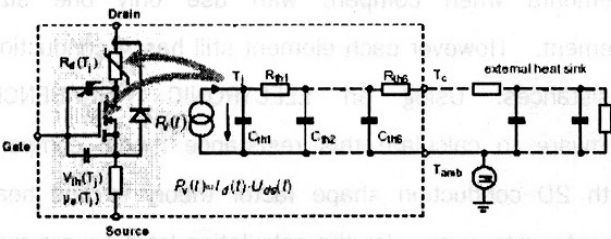
#### Abstract

This paper presents a new mathematical model to calculate heat transfer by 2D finite resistance method for 4 small elements consolidate to be a large size of element in some area, this way can reduce many elements when compare with use only one size element. However each element still has 4 conduction resistances. Using an ELECTRONIC WORKBENCH software to calculate this resistance model compare with 2D conduction shape factor theory to find heat transfer rate error. On the calculation let a square rod, with  $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  for its width, length and thickness respectively; has a circular hollow diameter 6 mm through the center of cross section. The rod hollow wall having a temperature of  $70^\circ\text{C}$ , the rod outside wall having a temperature of  $20^\circ\text{C}$  and thermal conductivity is  $0.7 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ . In the case of dividing cross section into 217 elements having an error result  $-2.85\%$ . But when 4 small elements consolidate to a large one element on some area can reduce to 127 elements having an error result  $-3.30\%$ . From a little difference on error result show that this heat resistance model can combine small elements and some large elements together. It can be useful to solve a 2D finite resistance for faster and higher accuracy.

**Keyword:** finite resistance method, shape factor theory, small and large elements

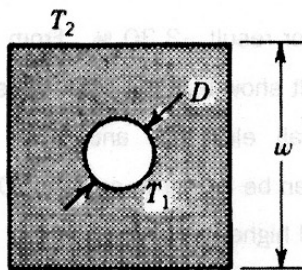
## 1. บทนำ

วิธีไฟไนต์ริซีสแทนซ์เป็นการคำนวณการถ่ายความร้อนซึ่งผสมผสานแนวคิดมาจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และเทอร์โมลริซีสแทนซ์ประกอบเข้าด้วยกัน[4][5][7] ซึ่งวิธีนี้มีข้อดีที่ไม่ต้องใช้สมการ Differential ในการเริ่มต้นแก้ปัญหาเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และบราวน์อีลิเมนต์ในการคำนวณสามารถนำตัวต้านทานความร้อนมาต่อกันคำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อนได้เลย ซึ่งในการแก้ปัญหาการถ่ายความร้อน 1 มิติ แสดงให้เห็นว่าวิธีการนี้ยังสามารถนำไปใช้ได้และค่าความถูกต้องมากขึ้นเมื่อแบ่งจำนวนชิ้นมากขึ้น[1] ในการคำนวณวงจรไฟฟ้าเซมิคอนดักเตอร์ได้มีบทความการใช้วงจรไฟฟ้าเสมือนทางความร้อนคำนวณร่วมกัน[6] เนื่องจากการไหลของไฟฟ้าทำให้เกิดความร้อนในวงจรและความร้อนที่เกิดขึ้นในวงจรมีผลต่อการไหลของกระแสไฟฟ้าเช่นกัน



รูปที่ 1 วงจรไฟฟ้าด้านซ้ายมือเป็นวงจรไฟฟ้าของ DMOS ส่วนด้านซ้ายมือเป็นวงจรไฟฟ้าของ Heat sink [6]

สำหรับการคำนวณแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน 2 มิติได้คำนวณเปรียบเทียบความถูกต้องแล้วกับวิธีเซฟแฟคเตอร์[2] บทความนี้จะทำการรวมชิ้นส่วนย่อยในบริเวณที่คาดว่าจะมีผลต่อความถูกต้องในการคำนวณน้อยเป็นชิ้นขนาดใหญ่ขึ้น ซึ่งการลดจำนวนชิ้นลงจะทำให้ความเร็วในการคำนวณมากขึ้น และใช้ชิ้นส่วนน้อยลงในการคำนวณปัญหาที่มีรูปทรงซับซ้อนบริเวณขอบของวัสดุ



รูปที่ 2 แท่งสี่เหลี่ยมมีรูกลวงกลมตลอดทั้งกลางหน้าตัด(Circular cylinder of length L in a square solid of equal length

การคำนวณทดสอบความแม่นยำของแบบจำลองความต้านทานทางความร้อน 2 มิติ ที่มีชิ้นส่วนเล็กและใหญ่ปนกันนี้ใช้กับรูปทรงแท่งสี่เหลี่ยมหน้าตัดมีรูกลวงกลมตลอดทั้ง

กลางหน้าตัด เพื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางจากตารางเซฟแฟคเตอร์ในกรณีของ Circular cylinder of length L in a square solid of equal length

## 2. ทฤษฎีการถ่ายเทความร้อน 2 มิติ โดยใช้เซฟแฟคเตอร์

ในที่นี้จะกล่าวถึงการคำนวณการถ่ายเทความร้อนสำหรับรูปทรง แท่งสี่เหลี่ยมหน้าตัดมีรูกลวงกลมตลอดทั้งกลางหน้าตัด[3]

### 2.1 สมการการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน

อัตราการถ่ายเทความร้อนระหว่างผิววัสดุ 2 ด้านสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\dot{Q} = Sk(T_2 - T_1) \quad (1)$$

เมื่อ Q - อัตราการถ่ายเทความร้อน(W)

S - เซฟแฟคเตอร์ของการนำความร้อนเนื้อวัสดุ

k - สภาพการนำความร้อนเนื้อวัสดุ (W/m.°C)

$T_1, T_2$  - อุณหภูมิผิววัสดุทั้ง 2 ด้าน โดยที่มีการกระจายอุณหภูมิเท่ากันตลอดผิว(Uniform temperature) (°C)

### 2.2 ค่าเซฟแฟคเตอร์

จากตารางเซฟแฟคเตอร์ในกรณีของ Circular cylinder of length L in a square solid of equal length

$$S = \frac{2\pi l}{\ln(1.08w/D)} \quad (2)$$

โดย  $w > D$  และ  $l \gg w$

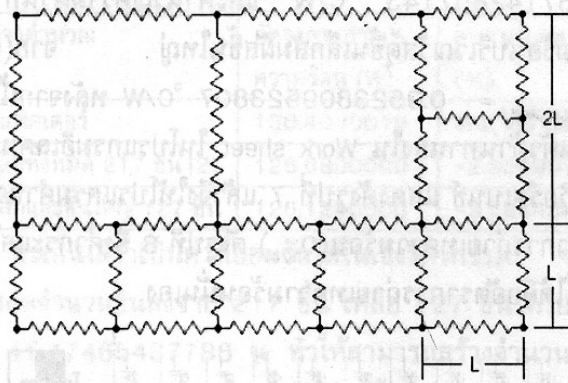
เมื่อ l - ความยาวแท่งสี่เหลี่ยม (m)

w - ความกว้างหน้าตัดต่อเหลี่ยม (m)

D - เส้นผ่าศูนย์กลางรูกลวง (m)

## 3. การวิเคราะห์แบบวิธีไฟไนต์ริซีสแทนซ์

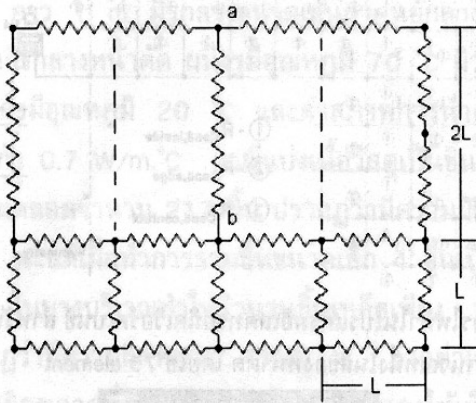
บทความนี้กำหนดให้มุมทั้ง 4 ของแต่ละชิ้นมีการถ่ายเทความร้อนผ่านตัวต้านทานการนำความร้อน ชิ้นเล็กๆแต่ละชิ้นแบ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $L \times L$  และมีความหนา 1 m มีบางบริเวณได้รวมชิ้นส่วนเล็กๆจำนวน 4 ชิ้นเป็นชิ้นส่วนใหญ่ 1 ชิ้น ขนาด  $2L \times 2L$  และมีความหนาเท่าเดิม ดังรูปที่ 3 ซึ่งตัวต้านทานของวัสดุสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ประเภทคือ ตัวต้านทานภายในวัสดุ, ตัวต้านทานขอบวัสดุ และตัวต้านทานบริเวณขอบวัสดุ



รูปที่ 3 การรวมชิ้นส่วนในเนื้อวัสดุขนาดเล็ก 4 ชิ้นเป็นชิ้นใหญ่ 1 ชิ้น

### 3.1 ตัวต้านทานการนำความร้อนในเนื้อวัสดุ

ค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุสำหรับชิ้นเล็ก ได้หาไว้แล้ว[2] ในที่นี้จะหาค่าความต้านทานสำหรับชิ้นใหญ่ ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 การถ่ายเทความร้อนระหว่างหัวมุมของชิ้นใหญ่ในเนื้อวัสดุ จากจุด a ไปยังจุด b โดยผ่านเนื้อวัสดุชิ้นใหญ่ 2 ชิ้น

จากรูปที่ 4 พิจารณาการถ่ายเทความร้อนระหว่างจุดในกรอบเส้นประ เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อนสามารถหาค่าได้ดังนี้[8]

$$R_{\text{Cond}} = \frac{2L}{kA_n} \quad (3)$$

เมื่อ  $R_{\text{cond}}$  - ความต้านทานความร้อนระหว่าง 2 จุด ( $^{\circ}\text{C}/\text{W}$ )

$2L$  - ความยาว Element (m) ของชิ้นใหญ่

$k$  - สภาพการนำความร้อน ( $\text{W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$ )

$A_n$  - พื้นที่ในแนวตั้งฉากการถ่ายเทความร้อน ( $\text{m}^2$ )

$$A_n = 2L \cdot 1 = 2L \text{ m}^2$$

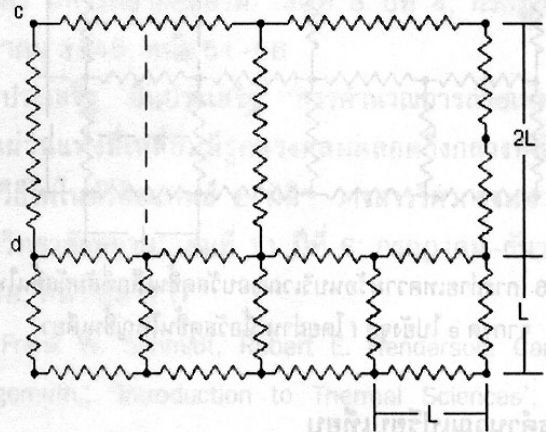
แทนค่า  $A_n$  ในสมการ(3)

$$R_{\text{Cond,inside}} = \frac{2L}{k \cdot 2L} = \frac{1}{k} \quad (4)$$

เมื่อ  $R_{\text{Cond,inside}}$  - ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุ ( $^{\circ}\text{C}/\text{W}$ )

### 3.2 ตัวต้านทานการนำความร้อนบริเวณขอบวัสดุ

ค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุสำหรับชิ้นเล็ก ได้หาไว้แล้ว[2] ในที่นี้จะหาค่าความต้านทานสำหรับชิ้นใหญ่ ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 การถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบเนื้อวัสดุ จากจุด c ไปยังจุด d โดยผ่านเนื้อวัสดุชิ้นใหญ่ชิ้นเดียว

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนระหว่างจุดในกรอบเส้นประสามารถหาค่าพื้นที่ในแนวตั้งฉากความร้อนไหลผ่านดังนี้ได้ดังนี้

$$A_n = L \cdot 1 = L \text{ m}^2$$

แทนค่า  $A_n$  ในสมการ(3)

$$R_{\text{Cond,edge}} = \frac{2L}{kL} = \frac{2}{k} \quad (5)$$

เมื่อ  $R_{\text{Cond,edge}}$  - ความต้านทานความร้อนบริเวณขอบวัสดุ ( $^{\circ}\text{C}/\text{W}$ )

### 3.3 ตัวต้านทานการนำความร้อนบริเวณขอบวัสดุชิ้นเล็กที่สัมผัสชิ้นใหญ่

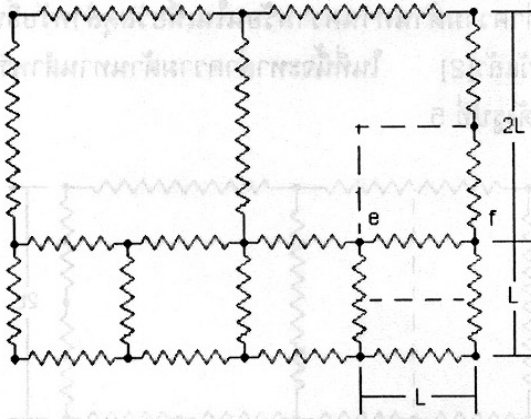
ความต้านทานการนำความร้อนบริเวณรอยต่อของวัสดุ จะพิจารณาที่บริเวณขอบวัสดุชิ้นเล็กดังรูปที่ 6 การถ่ายเทความร้อนระหว่างจุดในกรอบเส้นประสามารถหาค่าพื้นที่ในแนวตั้งฉากความร้อนไหลผ่านดังนี้ได้ดังนี้

$$A_n = L \cdot 1 + (L/2) \cdot 1 = 3L/2 \text{ m}^2$$

แทนค่า  $A_n$  ในสมการ(3)

$$R_{\text{Cond,contact}} = \frac{L}{k[3L/2]} = \frac{2}{3k} \quad (6)$$

เมื่อ  $R_{\text{Cond,contact}}$  - ความต้านทานความร้อนบริเวณวัสดุชิ้นเล็กสัมผัสชิ้นใหญ่ ( $^{\circ}\text{C}/\text{W}$ )



รูปที่ 6 การถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบวัสดุชิ้นเล็กที่สัมผัสชิ้นใหญ่ จากจุด e ไปยังจุด f โดยผ่านเนื้อวัสดุชิ้นใหญ่ขึ้นเดียว

#### 4. การคำนวณเปรียบเทียบ

กำหนดให้แท่งแก้ว (Glass, Lead or window) สีเหลี่ยมมีขนาดหน้าตัด (wxw) 30x30 mm<sup>2</sup>. ยาว (l) 1 m. มีรูกลวงเป็นวงกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง (D) 6 mm. ตลอดกึ่งกลางหน้าตัด ผนังรูมีอุณหภูมิ (T<sub>1</sub>) 70 °C ผิวด้านนอกแท่งแก้วมีอุณหภูมิ (T<sub>2</sub>) 20 °C และค่าสภาพการนำความร้อนของแก้ว (k) 0.7 W/m.°C [8]

##### 4.1 คำนวณโดยใช้เซฟแพคเตอร์

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณค่าเซฟแฟคเตอร์ จากสมการที่ (2)

$$S = 3.725800051 \text{ m}$$

2. คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน จากสมการที่ (1)

$$\dot{Q} = 130.4030018 \text{ W}$$

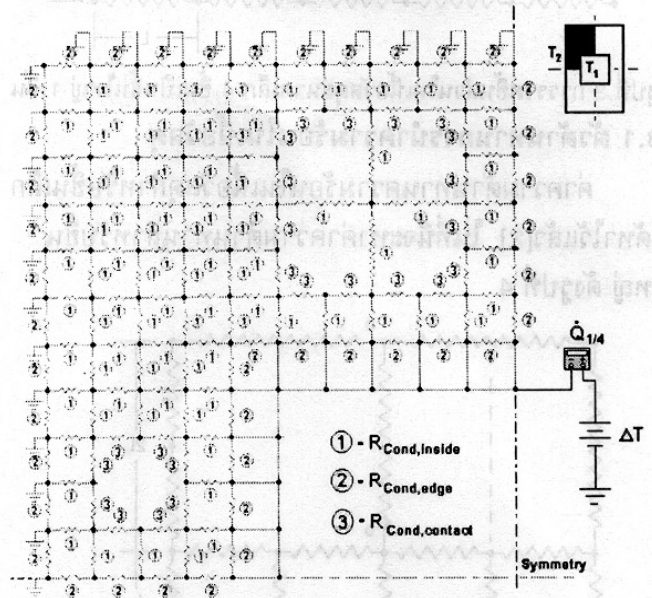
##### 4.2 คำนวณด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์

สำหรับการคำนวณนี้ใช้โปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เบเน็กซ์คำนวณ แต่อย่างไรก็ตามสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าอื่น ๆ ก็ได้

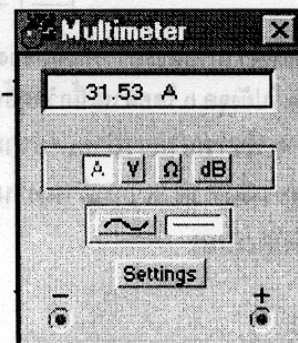
ในที่นี้จะคำนวณเพียง 1/4 ของหน้าตัดเท่านั้น แล้วจึงนำผลลัพธ์ที่ได้มาคูณด้วย 4 เป็นคำตอบในภายหลัง เริ่มต้นด้วยการแบ่งหน้าตัดแท่งแก้วออกเป็นชิ้นเล็ก ๆ เป็นชิ้นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด (LxL) 1x1 mm<sup>2</sup> จะได้จำนวน 217 ชิ้น แล้วยุบรวมชิ้นเล็กๆบางบริเวณเข้าด้วยกันโดย 4 ชิ้นเล็กเป็นหนึ่งชิ้นใหญ่ จนเหลือจำนวนชิ้นทั้งหมด 127 ชิ้น แต่ละชิ้นให้มีความหนาเท่ากับ 1 m แล้วคำนวณค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุ จาก (4)  $R_{\text{Cond,inside}} = 1.428571428571 \text{ }^{\circ}\text{C/W}$ , คำนวณความต้านทานความร้อนบริเวณขอบวัสดุ จาก (5)  $R_{\text{Cond,edge}} =$

2.857142857143 °C/W และคำนวณความต้านทานความร้อนบริเวณวัสดุชิ้นเล็กสัมผัสชิ้นใหญ่ จาก (6)

$R_{\text{Cond,contact}} = 0.9523809523807 \text{ }^{\circ}\text{C/W}$  หลังจากนั้นให้เขียนตัวต้านทานลงใน Work sheet ในโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เบเน็กซ์ แสดงดังรูปที่ 7 แล้วจึงให้โปรแกรมคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน (Q<sub>1/4</sub>) ดังรูปที่ 8 ซึ่งค่ากระแสไฟฟ้าที่ได้คืออัตราการถ่ายเทความร้อนนั่นเอง



รูปที่ 7 วงจรไฟฟ้าในโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เบเน็กซ์ สำหรับการคำนวณหนึ่งในสี่ของหน้าตัด โดยใช้ 75 element



รูปที่ 8 ผลการคำนวณด้วยโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เบเน็กซ์ สำหรับการแบ่งเนื้อวัสดุเป็นชิ้นเล็กป็นชิ้นใหญ่ในบางบริเวณ ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรมเป็นดังนี้

$$\dot{Q}_{1/4} = 31.53 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = 4 \times 31.53 = 126.12 \text{ W}$$

#### 5. วิเคราะห์ผล

( จากค่าที่คำนวณได้โดยการแบ่งเป็นชิ้นเล็ก ๆ โดยตลอด [2] และค่าที่คำนวณได้โดยการแบ่งเป็นชิ้นเล็กชิ้นใหญ่ปนกัน นำมาคำนวณหาความผิดพลาดที่แตกต่างจากทฤษฎี (%Error) ได้ค่าความผิดพลาดตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบการคำนวณวิธีต่างๆ

วิธีการคำนวณ	อัตราการถ่ายเทความร้อน (W)	ความผิดพลาด (%)
เซฟแพคเตอร์	130.4030018	0.0(ใช้อ้างอิง)
ชิ้นเล็กทั้งหมด 217 ชิ้น [2]	126.6800000	-2.85499701
ชิ้นเล็กและชิ้นใหญ่ 127 ชิ้น	126.1200000	-3.28443498

จะเห็นได้ว่าเป็นค่าที่ยอมรับได้ในเชิงวิศวกรรม จากการลดจำนวนชิ้นลงจาก 217 ชิ้น เหลือ 127 ชิ้น หรือลดลง 41.47465437788 % ทำให้สามารถสร้างจำนวนชิ้นเล็กๆในบริเวณขอบวัสดุที่สนใจได้มากขึ้น จะมีผลให้เพิ่มความแม่นยำและลดเวลาคำนวณลงได้

## 6. สรุป

เมื่อกำหนดให้แท่งแก้วสี่เหลี่ยมมีขนาดหน้าตัด 30X30 mm<sup>2</sup> ยาว 1 m มีรูกลวงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 mm ตลอดทั้งกลางหน้าตัด ผนังรูมีอุณหภูมิ 70 °C ผิวด้านนอกแท่งแก้วมีอุณหภูมิ 20 °C และค่าสภาพการนำความร้อนของแก้ว 0.7 W/m.°C กรณีแบ่งเนื้อวัสดุเป็นชิ้นเล็กขนาดเท่ากันตลอดจำนวน 217 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -2.85 % แต่เมื่อทำการรวมชิ้นขนาดเล็ก 4 ชิ้นเป็น 1 ชิ้นใหญ่ ในบางบริเวณทำให้จำนวนชิ้นเหลือเพียง 127 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -3.30 % จากค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดที่ไม่แตกต่างกันมากนักแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนนี้สามารถใช้ชิ้นเล็กและชิ้นใหญ่วิเคราะห์ร่วมกันได้

ดังนั้นแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนนี้สามารถคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ 2 มิติ ร่วมกับโปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าได้ ซึ่งวิธีนี้มีส่วนดีที่ไม่ต้องใช้สมการ Differential ในการเริ่มต้นแก้ปัญหาเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และบราวน์ดาร์อีลีเมนต์ ในการคำนวณสามารถนำตัวต้านทานความร้อนมาต่อกันคำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อนได้เลย การลดจำนวนชิ้นลงโดยการรวมเป็นชิ้นใหญ่ในบางบริเวณจะทำให้ความเร็วในการคำนวณมากขึ้น และใช้ชิ้นส่วนน้อยลงในการคำนวณปัญหาที่มีรูปทรงซับซ้อนบริเวณขอบของวัสดุ

## เอกสารอ้างอิง

- [1] ประเสริฐ อินประเสริฐ; "การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านครีบบระบายความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์สแตนด์ครีบบีการถ่ายเทความร้อน"; วารสารวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม; เล่มที่ 8 ปีที่ 4; กรกฎาคม-ธันวาคม 2545; หน้า 51-56
- [2] ประเสริฐ อินประเสริฐ; "การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านแท่งสี่เหลี่ยมมีรูกลวงตลอดทั้งกลางหน้าตัดด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ 2 มิติ"; วารสารวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม; เล่มที่ 11 ปีที่ 6; กรกฎาคม-ธันวาคม 2548; หน้า 68-71
- [3] Frank W. Schmidt, Robert E. Henderson, Carl H. Wolkemuth.; 'Introduction to Thermal Sciences'; The Pennsylvania State University; U.S.A.; Second edition; John Wiley&Sons,Inc; Singapore; 1993; pp 315-319
- [4] Jan F. Kreider, Ari Rabi; 'Heating and Cooling of Buildings'; University of Colorado at Boulder; U.S.A.; McGraw-Hill, inc; New York; 1994; pp 370-378
- [5] Jack P. Holman; 'Heat transfer'; Ninth Edition; Southen Methodist University; U.S.A.; McGraw-Hill, inc; Singapore; 2002; pp 91-111
- [6] Martin Marz,Paul Nance; 'Thermal Modeling of Power-electronic Systems'; Fraunhofer Institute for Integrated Circuit; [http://www.iisb.fraunhofer.de/de/arb\\_geb/pub\\_les/02\\_00.pdf](http://www.iisb.fraunhofer.de/de/arb_geb/pub_les/02_00.pdf)
- [7] Satish P. Ketkar; 'Numerical Thermal Analysis'; The MacNeal-Schwendler Corporation; U.S.A.; ASME Press; New York; 1999; pp 63-70
- [8] Yunus A. Cengel; 'Heat Transfer a Practical Approach'; University of Nevada,Reno; U.S.A.; McGraw-Hill, Inc; 1998; pp 226,957