การปรับแก้ค่าคงที่ในสมการการเคลื่อนที่แบบวงรีของดาวเคราะห์

Adjusting Constant Values in Ellipse Motion Equation of a Planet

ประเสริฐ อินประเสริฐ

อาจารย์ประจำ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม

235 ถนนเพชรเกษม เขตภาษีเจริญ กรุงเทพฯ 10163 Prasert_Inp@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้ได้ทำการปรับแก้คาบการโคจร, ระยะครึ่งแกนยาวและความรีวงโคจร ซึ่งเป็นค่าคงที่ในสมการการเคลื่อนที่แบบวงรีของดาวเคราะห์ที่มีผู้วิจัยทางดาราศาสตร์ไว้แล้ว เนื่องจากตัวเลขที่ได้จากตำรามีความคลาดเคลื่อนไม่สอดคล้องกันทั้งหมดของชุดสมการการเคลื่อนที่ ในกรณีการคำนวณที่ต้องการความละเอียดเพื่อนำไปใช้ในเชิงปฏิบัติ ผลที่ได้จากการปรับแก้ทำให้ได้ตัวเลขชุดใหม่ซึ่งทำให้เกิดความมั่นใจในการนำไปใช้งาน นอกจากนี้ยังได้คำนวณค่าความเร็วเซคเตอร์,ความเร็วโคจรสูงสุดและความเร็วโคจรต่ำสุด เพื่อสะดวกในการใช้งานเชิงประยุกต์ต่อไป

คำสำคัญ: คาบการโคจร, ระยะครึ่งแกนยาว, ความรี, ความเร็วเซคเตอร์, ความเร็วโคจรสูงสุด, ความเร็วโคจรต่ำสุด

Abstract

This research article adjusts orbital period, semi major axis and orbit eccentricity, these constants used in ellipse motion equation of a planet that astronomers had been research. Because of data from astrology books have some error are not related all of motion equations, by means of fine calculating for using in practice. Results from adjustment make the new groups of numbers which leads to confidence for using in practice. Furthermore, calculating on sector velocity, maximum orbit velocity and minimum orbit velocity for convenience in apply practice.

Keyword: orbital period, semi major axis, orbit eccentricity, sector velocity, maximum orbit velocity, minimum orbit velocity

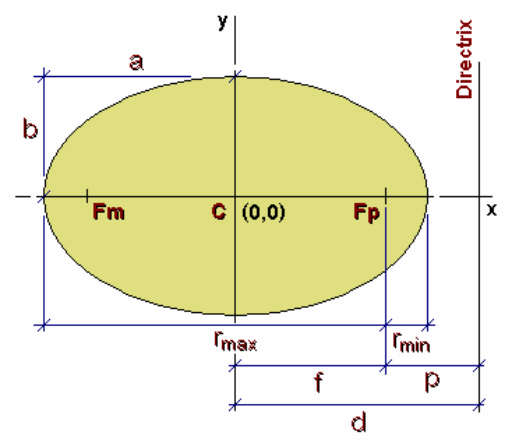
1. บทนำ

การศึกษาเรื่องวงโคจรที่ตำแหน่งและเวลาของโลก[4]มีมาตั้งแต่สมัยอารยะธรรมเมโสโปเตเมีย(~4000 ปีก่อนคริสต์ศักราช)เพื่ออ้างอิงการบันทึกเหตุการณ์ในอดีตจึงต้องจัดทำปฏิทินนับวันเดือนปี เช่น 1 สัปดาห์มี 7 วัน และ 1 ปี มี 354 วัน สมัยอารยะธรรมอียิปต์(~2780 ปีก่อนคริสต์ศักราช)กำหนดให้ 1 ปี มี 365 วัน และเติมวันที่ขาดไป 1 วันทุกๆ 4 ปี เทลีสแห่งไมเลตุส(~590 ปีก่อนคริสต์ศักราช)ทำนายการเกิดสุริยคราสและกำเนิดหลักเรขาคณิตข้อต่างๆ อาริสตาคัส(~280 ปีก่อนคริสต์ศักราช)ให้สมมุติฐานโลกหมุนรอบตัวเองและโคจรรอบดวงอาทิตย์ อีราตอสเธนิส(~240 ปีก่อนคริสต์ศักราช)เขียนแผนที่โลกกำหนดเส้นรุ้งเส้นแวงและคำนวณเส้นรอบวงของโลก ฮิปปาร์คัสแห่งไนซี(~160 ปีก่อนคริสต์ศักราช)จัดทำแผนที่ดาว โคเปอร์นิคัส(~1510 ปีคริสต์ศักราช)ใช้สมมุติฐานโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์และคำนวณคาบไซนอดิคของดาวเคราะห์ กาลิเลโอกาลิเลอี(~1600 ปีคริสต์ศักราช)ใช้กล้องโทรทรรศน์ส่องทางช้างเผือกเป็นกลุ่มดาวเล็กๆจำนวนมากมายและค้นพบดาวบริวารของเคราะห์ต่างๆ ยืนยันโลกมิใช่ศูนย์กลางจักรวาล โยฮันเนสเคปเลอร์(~1600 ปีคริสต์ศักราช)ให้กฎ 3 ข้อของการโคจรดาวเคราะห์ ไอแซกนิวตัน(~1680 ปีคริสต์ศักราช)ให้กฎ 3 ข้อของการเคลื่อนที่และกฎแห่งความโน้มถ่วงซึ่งเป็นเหตุให้ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์

บทความวิจัยนี้ได้ทำการปรับแก้ค่าคงที่ในสมการการเคลื่อนที่แบบวงรีของดาวเคราะห์ เพื่อให้ผลการคำนวณแนวการเดินของดาวเคราะห์มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น โดยการใช้ค่าที่ทำการวัดทางดาราศาสตร์มาปรับแก้ให้สอดคล้องกันทั้งหมดของชุดสมการที่กล่าวถึง

2. สมการและค่าคงที่ของการเคลื่อนที่ดาวเคราะห์

ในที่นี้จะกล่าวถึงสมการและค่าคงที่ที่ได้มาจากหลักเรขาคณิตและฟิสิกส์ เพื่อนำมาใช้คำนวณหาการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ พร้อมทั้งหาความสัมพันธ์ของตัวแปรและค่าคงที่ต่างๆในสมการที่เกี่ยวข้องกัน



รูปที่ 1 ค่าคงที่ของวงรี

2.1 กฎวงรีของเคปเลอร์

กฎข้อที่หนึ่งของเคปเลอร์ “การเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์เป็นรูปวงรี โดยมีดวงอาทิตย์อยู่ที่จุดโฟกัสหนึ่ง”

2.1.1 สมการวงรีสำหรับพิกัดฉาก

จากรูปที่ 1 วงรีจะมีจุดโฟกัส 2 จุด ให้แกนยาวเป็นแกน x โดยมีกฎการเขียนรูปว่าให้ผลรวมของความยาวเส้นตรงจากจุดโฟกัสไปยังจุดที่อยู่บนวงรีทั้งสองมีค่าคงที่ จะได้[1]

$$a = (r_{min} + r_{max})/2 \quad (1)$$

$$f = a - r_{min} \quad (2)$$

$$e = f/a \quad (3)$$

$$d = a/e \quad (4)$$

เมื่อ a - ระยะครึ่งแกนยาว(Semi-major Axis), m

f - ระยะโฟกัสถึงจุดศูนย์กลาง(Focus Length), m

e - ความรีหรือความเยื้องศูนย์(Eccentricity)

d - ระยะไดเรกตริกซ์(Directrix Length), m

จะเห็นได้ว่าที่จุดหนึ่งบนวงรีใกล้จุดโฟกัส f_m จะมีความยาวเส้นตรงเท่ากับ r_{min} และที่จุดนี้จะมีความยาวเส้นตรงห่างจากจุดโฟกัส f_p เท่ากับ r_{max} ดังนั้นความยาวเส้นตรงทั้งหมดคือ

$$l = r_{min} + r_{max} = 2a \quad (5)$$

จากรูปสามารถหาระยะครึ่งแกนสั้นได้ดังนี้

$$b^2 = a^2 - f^2 = a^2(1-e^2) \quad (6)$$

เมื่อ b - ระยะครึ่งแกนสั้น(Semi-minor Axis), m

สมการวงรีเมื่อจุดศูนย์กลางวงรีอยู่ที่ (0,0) จะมีสมการเป็น

$$\left[\frac{x}{a}\right]^2 + \left[\frac{y}{b}\right]^2 = 1 \quad (7)$$

พื้นที่วงรีมีค่าดังนี้

$$r_{avg}^2 = ab \quad (8)$$

$$A_{ellip} = \pi ab \quad (9)$$

เมื่อ r_{avg} - รัศมีเฉลี่ย, m

A_{ellip} - พื้นที่วงรี, m^2

2.1.2 สมการวงรีสำหรับพิกัดเชิงขั้ว

เมื่อให้เส้นไดเรกตริกซ์เป็นเส้นแนวดิ่งอยู่ด้านขวาจุดโฟกัส (f_p) โฟกัสที่จุดนี้จะเป็นจุดกำเนิด(Pole)ของพิกัดเชิงขั้ว จะได้สมการเป็น[1]

$$r = \frac{ep}{1 + eCos\theta} \quad (10)$$

เมื่อ r - ระยะรัศมีจากโพล่า(Pole Radius), m

θ - มุมเชิงขั้ว(Polar Angle), radial

p - ระยะโพล่าไดเรกตริกซ์(Polar Directrix), m

ค่าคงที่ในสมการสามารถหาค่าได้ถ้าทราบค่า r_{min} และ r_{max} ดังนี้

$$r_{min} = \frac{ep}{1 + eCos(0)} = \frac{ep}{1 + e} \quad (11)$$

$$r_{max} = \frac{ep}{1 + eCos(\pi)} = \frac{ep}{1 - e} \quad (12)$$

ซึ่งสามารถแก้สมการที่ 11 และ 12 หาค่า e และ p ได้ดังนี้

$$e = (r_{max} - r_{min})/(r_{max} + r_{min}) \quad (13)$$

$$p = r_{min}(1+e)/e = r_{max}(1-e)/e \quad (14)$$

หาเส้นไดเรกตริกซ์ของพิกัดฉากและพิกัดเชิงขั้วจากรูปที่ 1

$$d = p + f \quad (15)$$

2.2 กฎพื้นที่ของเคปเลอร์

กฎข้อที่สองของเคปเลอร์ “การเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์กวาดพื้นที่จากจุดโฟกัสเท่าๆกันทุกช่วงเวลา” เขียนเป็นสมการแสดงพื้นที่กวาดของเส้นตรงต่อหน่วยเวลา(Sector Velocity) ได้ดังนี้[2]

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} r v_p \qquad (16)$$

เมื่อ dA/dt - พื้นที่ต่อหน่วยเวลา(Sector Velocity), m^2/s

$d\theta/dt$ - ความเร็วเชิงมุม(Angular Velocity), radial/s

v_p - ความเร็วแนวตั้งฉากรัศมีจากโพล่า, m/s

$v_p = r\, d\theta/dt$

2.3 กฎฮาร์โมนิคของเคปเลอร์

กฎข้อที่สามของเคปเลอร์ “คาบการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์กำลังสองแปรผันตามครึ่งแกนยาวกำลังสาม” เขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้[3]

$$T^2 = Ha^3 \qquad (17)$$

เมื่อ T - เวลาการเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ, s

H - ค่าคงตัวฮาร์โมนิค, s^2/m^3

2.4 กฎการเคลื่อนที่ดาวเคราะห์ของนิวตัน

ดาวเคราะห์โคจรรอบดาวอาทิตย์เป็นผลเนื่องมาจากแรงดึงดูดระหว่างมวล เขียนสมการได้ดังนี้[2]

$$T^2 = \left[\frac{4\pi^2}{Gm_{ss}}\right] a^3 \qquad (18)$$

เมื่อ m_{SS} - มวลระบบดวงอาทิตย์(Mass of Solar System) เป็นมวลโดยรวมทั้งหมดของดาวเคราะห์ที่โคจรรอบดวงอาทิตย์ ณ จุดศูนย์กลางร่วม, kg

2.5 ค่าคงที่สำหรับการคำนวณดาราศาสตร์

การสังเกตปรากฏการณ์ดาราศาสตร์ผู้สังเกตการณ์อยู่บนโลกที่เคลื่อนที่ไปรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรีและดวงอาทิตย์เองก็โคจรรอบดาราจักร ทำให้ค่ามุมที่วัดเทียบกับตำแหน่งของดาวฉากหลังคลาดเคลื่อนไปได้ ค่าคงที่ที่ใช้ในการคำนวณจึงน่าจะปรับแก้ให้มีความละเอียดมากขึ้นตามความละเอียดของเทคโนโลยีเครื่องมือวัดและวิธีการวัด

ตารางที่ 1 ค่าคงที่ในปัจจุบันที่ใช้ในการคำนวณทางดาราศาสตร์

รายการ	ค่าคงที่
พาย(¶)	3.14159265358979323846264 33832795
1 หน่วยดาราศาสตร์(AU)[5] (Astronomical Unit)	1.4959787(10^{11}) m
ปีดาราคติคาบโคจรโลก(T_E)[3] (Sidereal Earth Year)	365.25636 day/round
ปีฤดูกาลโลก(T_T)[6] (Tropical Earth Year)	365.24220 day/round
ความเร่งที่ผิวโลก(g)[2] (Standard Gravity)	9.80665 m/s
ความโน้มถ่วง(G)[2] (Gravitational Constant)	6.67259(10^{-11}) $N.m^2/kg^2$

การอ้างอิงตำแหน่งการโคจรครบรอบ 1 ปี โดยอาศัยตำแหน่งดาวที่กลุ่มดาวเมษ(Aries)[3] มีมาประมาณ 200 ปีก่อนคริสต์ศักราช เพื่อกำหนดคาบโคจรโลกเป็นปีดาราคติ แต่ปีฤดูกาล[6]กำหนดการครบหนึ่งรอบจากวันที่ระยะเวลากลางวันเท่ากับกลางคืนในฤดูใบไม้ผลิ เรียกตำแหน่งนี้ว่าวสันต์วิษุวัต(Spring Equinox) ซึ่งการคำนวณปฏิทินสากลในปัจจุบันใช้ปีฤดูกาลเป็นหลัก ดังนั้นการโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์เมื่อเทียบกับปีดาราคติแล้วจะโคจรไปเพียง 360^o*(365.24220/365.25636)= 359.9860438^o นั่นคือจุดวสันต์วิษุวัตเคลื่อนถอยหลังไปปีละ 360^o-359.9860438^o = 0.0139562^o = 50.2424“ การเคลื่อนที่ถอยหลังของวสันต์วิษุวัต(Precession of Equinox) สวนการโคจรโลกครบรอบใช้เวลา $360^o/0.0139652^o$ =25794.98717 ปี

อย่างไรก็ตามกลุ่มดาวเมษก็ไม่ได้อยู่ตำแหน่งเดิมให้อ้างอิงในการวัด กลุ่มดาวเมษก็เคลื่อนที่ห่างออกไปเนื่องจากการขยายตัวของจักรวาล อีกทั้งดวงอาทิตย์เองก็เคลื่อนที่รอบดาราจักรทางช้างเผือกอีกด้วย แต่ความคลาดเคลื่อนนี้มีค่าน้อยมาก

3. การแก้ไขค่าคงที่การเคลื่อนที่ดาวเคราะห์

จากการวัดขณะกำลังเคลื่อนที่บนโลกโดยที่โลกมีการส่ายเนื่องจากดวงจันทร์โคจรรอบโลก,ความละเอียดของเครื่องมือ

วัดที่แตกต่างกันและในเวลาที่ต่างกัน ทำให้ตำราดาราศาสตร์มีตัวเลขค่าคงที่ที่แตกต่างกันเล็กน้อย แต่การนำไปใช้จะต้องเลือกใช้ตัวเลขที่ให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องปรับแก้ค่าคงที่ในสมการการเคลื่อนที่แบบวงรีของดาวเคราะห์ เพื่อให้ผลการคำนวณมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น โดยนำกฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์ของนักดาราศาสตร์มาช่วยปรับแก้

3.1 คำนวณค่าคงตัวฮาโมนิคและมวลระบบดวงอาทิตย์

จากปีดาราคติคาบโคจรโลก(T_E)และนิยาม 1 หน่วยดาราศาสตร์(1 AU) ในตารางที่ 1 แทนค่าลงใน (17) จะได้

H(ค่าคงตัวฮาร์โมนิค) = 133412.2085 day^2/AU^3

= 2.974725035(10^{-19}) s^2/m^3

และค่าความโน้มถ่วง(G) ในตารางที่ 1 แทนค่าลงใน (18) จะได้

m_{SS}(มวลระบบดวงอาทิตย์) = 1.988925281(10^{30}) kg

3.2 ปรับแก้คาบการเคลื่อนที่และระยะครึ่งแกนยาว

คาบการเคลื่อนที่รอบดวงอาทิตย์และระยะครึ่งแกนยาวเป็นไปตามตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 คาบการเคลื่อนที่และระยะครึ่งแกนยาว

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	คาบการเคลื่อนที่ (วัน)	ระยะครึ่งแกนยาว (AU)
พุธ[3]	87.9690	0.3871
ศุกร์[7]	224.6800	0.7233
โลก[3]	365.2563	1.0000
อังคาร[3]	686.9800	1.5237
เซเรส[3]	1681.0000	2.7660
พัลลาส[3]	1684.0000	2.7680
ไซดี[3]	1826.0000	2.9230
พฤหัสบดี[7]	4334.3000	5.2028
เสาร์[7]	10760.0000	9.5388
มฤตยู[3]	30685.4000	19.1819
เนปจูน[3]	60189.0000	30.0578
พลูโต[3]	90465.0000	39.4400

นำคาบการเคลื่อนที่รอบดวงอาทิตย์จากตารางแทนลงใน (17) เพื่อคำนวณหาค่าระยะครึ่งแกนยาว(a) และนำระยะครึ่งแกนยาว(a)จากตารางแทนลงใน (17) อีกเช่นกันแต่คำนวณหาค่าคาบการเคลื่อนที่รอบดวงอาทิตย์(T) ผลการคำนวณเป็นตารางที่ 3

ตารางที่ 3 คาบการเคลื่อนที่และระยะครึ่งแกนยาวจากการคำนวณ

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	คาบการเคลื่อนที่ (วัน)	ระยะครึ่งแกนยาว (AU)
พุธ	87.96958511	0.3870982835
ศุกร์	224.68572670	0.7232877099
โลก	365.25636000	1.0000000000
อังคาร	686.98457850	1.5236932300
เซเรส	1680.25830400	2.7668139150
พัลลาส	1682.08103900	2.7701048030
ไซดี	1825.32839500	2.9237169420
พฤหัสบดี	4334.64448900	5.2025243400
เสาร์	10760.64741000	9.5384173970
มฤตยู	30685.64247000	19.1817989500
เนปจูน	60191.27909000	30.0570412500
พลูโต	90464.99998000	39.4386342600

นำผลที่ได้จากตารางที่ 2 และ ตารางที่ 3 มาหาค่าเฉลี่ยเป็นค่าที่ปรับแก้ในตารางที่ 4

ตารางที่ 4 คาบการเคลื่อนที่และระยะครึ่งแกนยาวจากการปรับแก้

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	คาบการเคลื่อนที่ (วัน)	ระยะครึ่งแกนยาว (AU)
พุธ	87.96929256	0.3870991318
ศุกร์	224.68286340	0.7232938550
โลก	365.25636000	1.0000000000
อังคาร	686.98228930	1.5236966150
เซเรส	1680.62915200	2.7664069580
พัลลาส	1683.04052000	2.7690524020
ไซดี	1825.66419800	2.9233584710
พฤหัสบดี	4334.47224500	5.2026621700
เสาร์	10760.32371000	9.5386086990
มฤตยู	30685.52124000	19.1818494800
เนปจูน	60190.13955000	30.0574206300
พลูโต	90464.99999000	39.4393171300

3.3 ปรับแก้รัศมีวงโคจรใกล้ไกลและความรี

ค่ารัศมีวงโคจรใกล้ไกลจากดวงอาทิตย์ r_{min},r_{max}) และค่าความรี(e)เป็นไปตามตารางที่ 5 ดังนี้

ตารางที่ 5 รัศมีวงโคจรใกล้ไกลและค่าความรี

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	รัศมีใกล้ (AU)	รัศมีไกล (AU)	ความรี
พุธ[7]	0.3060	0.4670	0.2056
ศุกร์[7]	0.7184	0.7282	0.0068
โลก[7]	0.9833	1.0167	0.0167
อังคาร[7]	1.3814	1.6660	0.0934
เซเรส[3]	-	-	0.0790
พัลลาส[3]	-	-	0.2350
ไซคี[3]	-	-	0.1350
พฤหัสบดี[7]	4.9510	5.4550	0.0484
เสาร์[7]	9.0050	10.0700	0.0560
มฤตยู[7]	18.3000	20.1000	0.0461
เนปจูน[7]	29.8000	30.4000	0.0100
พลูโต[7]	29.6400	49.2400	0.2484

นำรัศมีวงโคจรใกล้ไกลจากดวงอาทิตย์(r_{min},r_{max})จากตารางที่ 5 แทนลงใน (13) เป็นตารางที่ 6 เพื่อคำนวณหาค่าความรี(e)

ตารางที่ 6 ค่าความรีจากการคำนวณ

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	ความรี
พุธ	0.2082794308
ศุกร์	0.0067745050
โลก	0.0167000000
อังคาร	0.0933910870
เซเรส	0.0790000000
พัลลาส	0.2350000000
ไซคี	0.1350000000
พฤหัสบดี	0.0484335960
เสาร์	0.0558322410
มฤตยู	0.0468750000
เนปจูน	0.0099667770
พลูโต	0.2484787018

นำค่าความรี(e)จากตารางที่ 5 และ ตารางที่ 6 มาหาค่าเฉลี่ยเป็นค่าที่ปรับแก้ในตารางที่ 7 แล้วนำค่าความรี(e)ที่ปรับแก้แล้วนี้มาคำนวณร่วมกับระยะครึ่งแกนยาว(a)ที่ปรับแก้แล้วจากตารางที่ 4 แทนลงใน (3) เพื่อคำนวณหาระยะโฟกัส (f) ผลการคำนวณที่ได้แทนลงใน (2) ได้ค่ารัศมีวงโคจรระยะใกล้(r_{min}) นำค่าที่ได้แทนลงใน (1) จะได้รัศมีวงโคจรระยะไกล(r_{max}) ผลการคำนวณที่ได้เป็นตารางที่ 7

ตารางที่ 7 รัศมีวงโคจรใกล้ไกลและค่าความรีจากการปรับแก้

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	รัศมีใกล้ (AU)	รัศมีไกล (AU)	ความรี
พุธ	0.3069929476	0.4672053160	0.2069397154
ศุกร์	0.7183846770	0.7282030330	0.0067872525
โลก	0.9833000000	1.0167000000	0.0167000000
อังคาร	1.3813901420	1.6660030880	0.0933955435
เซเรส	2.547860808	2.984953108	0.0790000000
พัลลาส	2.118325088	3.419779716	0.2350000000
ไซคี	2.528705077	3.318011865	0.1350000000
พฤหัสบดี	4.950765927	5.454558413	0.0484167980
เสาร์	9.005246706	10.071970690	0.0559161205
มฤตยู	18.290133250	20.073565710	0.0464875000
เนปจูน	29.757345740	30.357495520	0.0099833885
พลูโต	29.641038780	49.237595480	0.2484393509

3.4 คำนวณระยะครึ่งแกนสั้นและความเร็วเซคเตอร์

นำระยะครึ่งแกนยาว(a)ที่ปรับแก้แล้วจากตารางที่ 4 และค่าความรี(e)ที่ปรับแก้แล้วจากตารางที่ 7 แทนลงใน (6) เพื่อคำนวณหาระยะครึ่งแกนสั้น(b) ผลการคำนวณที่ได้แทนลงใน (9) ได้พื้นที่วงรี(A_{ellip}) ซึ่งเป็นพื้นที่กวาดที่โคจรครบหนึ่งรอบ นำค่านี้หารด้วยคาบเวลาที่โคจรจะได้ความเร็วเซคเตอร์ (Sector Velocity, dA/dt) เป็นตารางที่ 8

ตารางที่ 8 ระยะครึ่งแกนสั้นและความเร็วเซคเตอร์จากการคำนวณ

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	ระยะครึ่งแกนสั้น (AU)	ความเร็วเซคเตอร์ (m^2/s)
พุธ	0.3787198663	$1.356113800(10^{15})$
ศุกร์	0.7232771949	$1.894682953(10^{15})$
โลก	0.9998605453	$2.227555815(10^{15})$
อังคาร	1.5170366650	$2.738016048(10^{15})$
เซเรส	2.7577608740	$3.693922093(10^{15})$
พัลลาส	2.6915061150	$3.603453512(10^{15})$
ไซคี	2.8965968740	$3.774297957(10^{15})$
พฤหัสบดี	5.1965605870	$5.075657928(10^{15})$

เสาร์	9.5236852580	6.869920019(10^{15})
มฤตยู	19.161111440	9.746857595(10^{15})
เนปจูน	30.055922710	12.213591050(10^{15})
พลูโต	38.202794100	13.552857670(10^{15})

3.5 คำนวณความเร็วสูงสุดและต่ำสุด

นำความเร็วเซคเตอร์(dA/dt)จากตารางที่ 8 แทนค่าใน (16) โดยใช้รัศมีวงโคจรระยะใกล้(r_{min})ที่ปรับแก้แล้วจากตารางที่ 7 จะได้ความเร็วสูงสุด($v_{p,max}$) และเมื่อใช้รัศมีวงโคจรระยะไกล(r_{max})ที่ปรับแก้แล้วจากตารางที่ 7 จะได้ความเร็วต่ำสุด($v_{p,min}$) เป็นตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ความเร็วสูงสุดและต่ำสุดจากการคำนวณ

ดาวเคราะห์และดาวเคราะห์น้อย	ความเร็วสูงสุด (km/s)	ความเร็วต่ำสุด (km/s)
พุธ	59.05712788	38.805469770
ศุกร์	35.26014329	34.784731050
โลก	30.28636425	29.291415330
อังคาร	26.49867891	21.971756270
เซเรส	19.382804660	16.544544100
พัลลาส	22.742117530	14.087222600
ไซคี	19.954579810	15.207675360
พฤหัสบดี	13.706435850	12.440485630
เสาร์	10.199071850	9.118886563
มฤตยู	7.124466309	6.491494338
เนปจูน	5.487237641	5.378758189
พลูโต	6.112826133	3.679922115

4. วิเคราะห์ผลการปรับแก้

ผลที่ได้จากการปรับแก้ค่าคงที่ในตารางที่ 4 เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับตารางที่ 2 จะเห็นได้ว่ามีค่าใกล้เคียงกันมาก ค่าตัวเลขทั้งสองตารางจะตรงกันที่ 3 หลักแรก แต่ค่าแตกต่างจะเริ่มตั้งแต่ตัวเลขหลักที่ 4 ขึ้นไปและส่วนใหญ่จะต่างกันในตัวเลขหลักที่ 5 ผลต่างนี้ดูเหมือนว่าจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบเป็นเปอร์เซ็นต์ แต่ถ้านำตัวเลขนี้ไปใช้งานจะเห็นว่าตำแหน่งดาวเคราะห์ที่คำนวณได้จะมีค่าผิดพลาดไปมาก เช่นจากตารางที่ 9 ความเร็วที่ต่ำที่สุดในตารางคือความเร็วการโคจรของดาวพลูโตที่ 3.679922115 km/s แต่ค่าที่อ่านได้จาก [5]คือ 3.71 km/s นั่นหมายความว่าเวลา 1 วินาทีตำแหน่งดาวได้คลาดเคลื่อนไปประมาณ 30.077885 m หรือ เวลา 1 นาทีตำแหน่งดาวได้คลาดเคลื่อนไปประมาณ 1800 m ตามเส้นทางการโคจรดาวเคราะห์นี้

นอกจากนี้ยังได้คำนวณค่าความเร็วเซคเตอร์,ความเร็วสูงสุด และความเร็วต่ำสุด ไว้ใช้งาน จะมีค่าใกล้เคียงกันกับค่าที่ได้จากตาราง[5] ค่าตัวเลขในตารางทั้งสองจะตรงกันที่ตัวเลขหลักแรกเท่านั้น ค่าแตกต่างจะเป็นตัวเลขหลักที่ 2 ขึ้นไปและส่วนใหญ่จะต่างกันตั้งแต่ตัวเลขหลักที่ 3 เป็นต้นไป ในการคำนวณการเกิดเหตุการณ์การชนกันของดาวหางกับดาวเคราะห์ให้นึกถึงการยิงกระสุนไปยังเป้าบิน ระยะคลาดเคลื่อนจากการคำนวณของวัตถุทั้งสองอาจทำให้เกิดชนหรือไม่ชนกันก็ได้หรือชนกันเมื่อใด รวมถึงการใช้งานในกรณีของเวลาเริ่มต้นของดาวเคราะห์โคจรผ่านหน้าดวงอาทิตย์และสิ้นสุด ความแม่นยำในการคำนวณระดับนาทีหรือวินาที ดังนั้นในที่นี้หลีกเลี่ยงที่จะเปรียบเทียบเป็นเปอร์เซ็นต์แตกต่างจากค่าเดิมในตารางก่อนการปรับแก้ เพราะไม่เกิดประโยชน์ในเชิงปฏิบัติเท่าใดนัก เนื่องจากการใช้งานจริงเราจะกล่าวถึงเปอร์เซ็นต์แตกต่างของเวลาที่คำนวณได้กับเวลาที่เกิดเหตุการณ์จริง ดังนั้นการใช้สมการการเคลื่อนที่ที่ละเอียดมากขึ้นจะนำไปสู่การคำนวณที่แม่นยำระดับนาทีหรือวินาทียิ่งขึ้น ทำให้เพิ่มมั่นใจและความแม่นยำในการนำตัวเลขนี้ไปใช้งานเชิงประยุกต์ได้ดียิ่งขึ้น เนื่องจากตัวเลขชุดใหม่ที่มีสอดคล้องกันสำหรับทุกสมการมีความสัมพันธ์กันตามกฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์มากกว่าใช้ตัวเลขจากตารางดาราศาสตร์ทั่วๆไป

5. สรุป

ตัวเลขที่ได้จากตำรามีความคลาดเคลื่อนไม่สอดคล้องกันทั้งหมดของชุดสมการที่กล่าวถึง จึงมีผลให้การคำนวณมีความคลาดเคลื่อนสูงที่จะนำไปใช้ในเชิงปฏิบัติ ผลที่ได้จากการปรับแก้จะทำให้ได้ตัวเลขชุดใหม่ที่สอดคล้องกันสำหรับทุกสมการ เนื่องจากการใช้งานจริงเราจะกล่าวถึงเปอร์เซ็นต์แตกต่างของเวลาที่คำนวณได้กับเวลาที่เกิดเหตุการณ์จริง ดังนั้นการใช้สมการการเคลื่อนที่ที่ละเอียดมากขึ้นจะนำไปสู่การคำนวณที่แม่นยำระดับนาทีหรือวินาทียิ่งขึ้น ทำให้เพิ่ม

มั่นใจและความแม่นยำในการนำตัวเลขนี้ไปใช้งานเชิงประยุกต์ได้ดียิ่งขึ้น

นอกจากนี้ยังได้แสดงการคำนวณค่าความเร็วเซคเตอร์, ความเร็วสูงสุด และความเร็วต่ำสุด ของดาวเคราะห์ต่างๆเพื่อเป็นประโยชน์ในการใช้งานเชิงประยุกต์ต่อไป

6. ข้อเสนอแนะ

การเคลื่อนที่ถอยหลังของวสันต์วิษุวัตค้นพบมานานมากแล้ว แต่ตัวเลขที่ใช้ต่างแตกต่างกันไปเนื่องจากความคลาดเคลื่อนจากการวัด ดังนั้นการที่จำเป็นจะต้องใช้ตัวเลขนี้ในการคำนวณตำแหน่งและเวลาของดาวเคราะห์สำหรับปีฤดูกาลโลก จึงมีความคลาดเคลื่อนไม่ตรงกันในการทำโปรแกรมดูดาวสำเร็จรูปหรือปฏิทินดาวเคราะห์ ซึ่งใช้ตัวเลขนี้ต่างกันไปในช่วง 45” – 55” แต่ตัวเลขที่ใช้ในการคำนวณที่ลงตัวที่สุดคือ 50” ซึ่งการเคลื่อนที่ถอยหลังของวสันต์วิษุวัตจะครบรอบที่ 25920 ปี

เอกสารอ้างอิง

[1] ศรีบุตร แววเจริญ, ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง; “คณิตศาสตร์วิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ เรขาคณิตวิเคราะห์และการเขียนกราฟ”; 2544; สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ; หน้า 118,119,256

[2] ปิยพงษ์ สิทธิคง; "ฟิสิกส์ระดับอุดมศึกษา เล่ม 1"; 2547; สำนักพิมพ์ซีเอ็ด; หน้า A-7

[3] ระวี ภาวิไล; “ดาราศาสตร์และอวกาศ”; 2524; บริษัท ศึกษิตสยาม จำกัด.; หน้า 37-44,48-53,90,368-377,390,392,399,405,416,422,426,430,432,468

[4] สานิตย์ โภคาพันธ์; “ประวัติและวิวัฒนาการทางวิทยาศาสตร์”; 2530; สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์; หน้า 6-9,14-17,26-31,34,48,55-61,76-81

[5] วิภู รุโจปการ; “เอกภพ เพื่อความเข้าใจในธรรมชาติของจักรวาล”; 2548; บริษัท นานมีบุ๊คส์ จำกัด; หน้า 320,325

[6] พิภพ ตังคณะสิงห์; “วิธีวางลัดนาจริง”; 2514; สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์; หน้า 113-115,126

[7] Michael A. Seeds; 1994; ‘Foundations of Astronomy’; Second Edition; Wadsworth Publishing Company; pp 488,514,530,649

ประวัติผู้เขียน

- ปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาวิศวกรรมการเกษตร เน้น Agricultural Process ปีการศึกษา 2526 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์กำแพงแสน (กว. อุตสาหการ)
- ปริญญาโทวิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล เน้น Thermal Process ปีการศึกษา 2535 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ (กว. เครื่องกล)